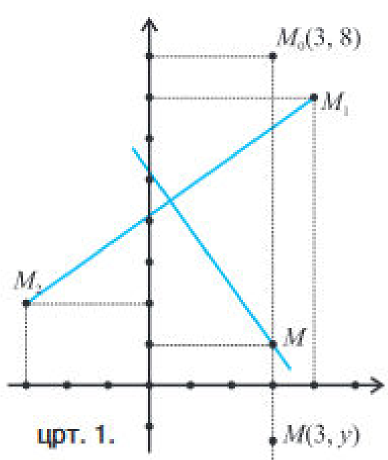
1

① $\overline{AB}=\sqrt{(-2-3)^2+(4-4)^2}=\sqrt{25}=5$; $\overline{AC}=\sqrt{(2-3)^2+(2-4)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$;
$\overline{BC}=\sqrt{4^2+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$; $L=5+\sqrt{5}+2\sqrt{5}=5+3\sqrt{5}$. ② $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=2\sqrt{2}$.

③ $\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=\overline{AB}^2$. ④ Бараното геометриско место на точки е симетрала на отсечката AB. Нека $M(x, y)$ е која било точка од бараното геометриско место. Според својството на симетралата на отсечка, имаме: $\overline{MA}=\overline{MB}$, т.е.: $\overline{MA}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$, $\overline{MB}=\sqrt{(x-4)^2+(y-4)^2}$, па од условот $\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x-4)^2+(y-4)^2}$ следува $(x-2)^2+(y-2)^2=(x-4)^2+(y-4)^2$. По средувањето на равенката добиваме $x+y-6=0$, што претставува равенка на симетралата на отсечката AB, т.е. бараното геометриско место.

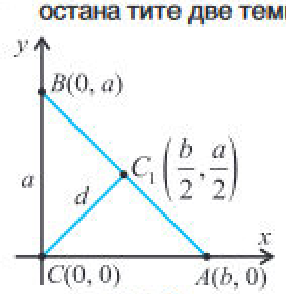
⑤ а) $M\left(\frac{1}{2},1\right)$; б) $M\left(\frac{3}{2},2\right)$. ⑥ Од условот на задачата имаме $\begin{cases}\overline{MA}=\overline{MB}\\ x=2|y|\end{cases}$. Од условот $\overline{MA}=\overline{MB}$, следува:
$\sqrt{(x-3)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(y-4)^2}$. Со средување на оваа равенка добиваме $5x+y-7=0$. Од равенките $x=2|y|$ и $5x+y-7=0$ имаме $\begin{cases}5x+y-7=0\\ x=2y\end{cases}$ или $\begin{cases}5x+y-7=0\\ x=-2y\end{cases}$. Со решавање на двата системи се добиваат точките $M_1\left(\frac{14}{11},\frac{7}{11}\right)$ и $M_2\left(\frac{14}{9},-\frac{7}{9}\right)$, што значи задачата има две решенија. ⑦ $P=137$.



црт. 1.

⑧ $\overline{MM_1}=\overline{MM_2}$; $1+(y-7)^2=6^2+(y-2)^2$; $1+y^2-14y+49=36+y^2-4y+4$, $y=1$. Значи $M(3, 1)$, црт. 1. ⑨ $M_1(-8, 1)$, $M_2(16, 1)$.

⑩ Ако темето на правиот агол го сме стиме во координатниот почеток, остана тите две темиња имаат координати $A(b, 0)$ и $B(0, a)$, црт. 2.



црт. 2.

C_1 е средишна точка за отсечката AB, па од формулата за растојание имаме:

$$d=\sqrt{\left(\frac{b}{2}-0\right)^2+\left(\frac{a}{2}-0\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2+a^2}{4}}=$$

$=\frac{1}{2}\sqrt{c^2}=\frac{c}{2}$, што требаше да се докаже.

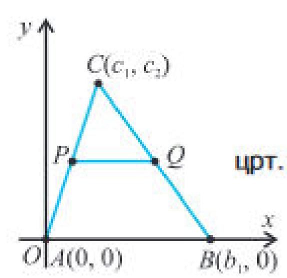
2

① $C\left(\frac{3}{4},4\right)$. ② а) $T(-1, 3)$; б) $T(-1, 0)$. ③ $C\left(\frac{22}{5},-\frac{16}{5}\right)$; $D\left(\frac{29}{5},-\frac{2}{5}\right)$; $E\left(\frac{36}{5},\frac{12}{5}\right)$; $F\left(\frac{43}{5},\frac{26}{5}\right)$.

④ а) $D(13, -1)$; б) $D_1(-1, 27)$.

⑤ Нека $P(p_1, p_2)$ и $Q(q_1, q_2)$ се средини на страните AC и BC соодветно, црт. 3.

$p_2=\frac{0+c_2}{2}=\frac{c_2}{2}$; $q_2=\frac{0+c_2}{2}=\frac{c_2}{2}$ од каде следува дека $p_2=q_2$ т.е. точките P и Q се еднакво оддалечени од x – оската, што значи $PQ \parallel x$, т.е. $PQ \parallel AB$.



црт. 3